

令和6年度
前期日程

数 学

教育学部 [数学(イ)]

地域科学部

医学部看護学科

応用生物科学部 [数学(イ)]

社会システム経営学環

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は5ページで、解答用紙は5枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問5題である。
5. 大問の配点比率は全て20%である。
6. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよいが、表面に「裏に続く」と明記すること。
7. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
8. 解答用紙は持ち帰らないこと。
9. 問題冊子は持ち帰ること。

1 a, b, c をそれぞれ1, 2, 3, 4, 5, 6, 7のうちいずれか1つの数とする。ただし, a, b, c のうち, 等しい数があってもよいこととする。以下の問に答えよ。

(1) $(b-a)(c-b)(a-c) \neq 0$ を満たす (a, b, c) は何通りあるか。

(2) $(b-a)(c-b) > 0$ を満たす (a, b, c) は何通りあるか。

(3) $(b-a)(c-b) < 0$ を満たす (a, b, c) は何通りあるか。

(4) $(b-a)(c-b)(a-c) > 0$ を満たす (a, b, c) は何通りあるか。

2 n を自然数, x, y を正の実数とする。以下の間に答えよ。ただし, 必要ならば $0.301 < \log_{10} 2 \leq 0.302$, $0.477 < \log_{10} 3 < 0.478$ を用いてよい。

(1) 相加平均と相乗平均の関係 $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$ が成り立つことを示せ。

(2) $\frac{1}{2}(\log_{10} x + \log_{10} y) \leq \log_{10} \left(\frac{x+y}{2}\right)$ が成り立つことを示せ。

(3) k を $k \leq n$ を満たす自然数とする。 $\frac{1}{2}(\log_{10} k + \log_{10}(n+1-k)) \leq \log_{10} \left(\frac{n+1}{2}\right)$ が成り立つことを示せ。

(4) $\log_{10}(n!) \leq n \log_{10} \left(\frac{n+1}{2}\right)$ が成り立つことを示せ。

(5) $2024!$ の桁数は 6100 以下であることを示せ。

3 $0 < s < 1$, $0 < t < 1$ とする。正六角形 ABCDEF において、 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{c}$ とし、AB を $s : (1 - s)$ に内分する点を P, CD を $t : (1 - t)$ に内分する点を Q, EP と FQ の交点を I とする。以下の問に答えよ。

(1) \overrightarrow{FE} を \vec{a} , \vec{c} を用いて表せ。

(2) \overrightarrow{FQ} を \vec{a} , \vec{c} , t を用いて表せ。

(3) $\overrightarrow{FI} = k\overrightarrow{FQ}$, $\overrightarrow{EI} = m\overrightarrow{EP}$ とする。 k , m を s , t を用いてそれぞれ表せ。

(4) $\triangle EFI$ と $\triangle PQI$ の面積をそれぞれ S , S' とする。 $s + t = 1$ を満たしながら点 P, 点 Q が動くとき、 $\frac{S}{S'}$ のとり得る値の範囲を求めよ。

4 k を実数とする。関数 $f(x) = 4x - 8x^3$ を考える。以下の間に答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ を微分せよ。
- (2) 関数 $f(x)$ の増減を調べ、 $f(x)$ の極値と、そのときの x の値を求めよ。
- (3) $0 \leq x \leq 1$ のとき、 x についての方程式 $f(x) = k$ の実数解の個数を求めよ。
- (4) 2倍角の公式を用いて、 $\sin 4\theta$ を $\sin \theta$ と $\cos \theta$ を用いて表せ。
- (5) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 θ についての方程式 $\sin 4\theta = k \cos \theta$ の実数解の個数を求めよ。

5 n を自然数とする。 x についての整式 $x^{n+1} + x^n$ を $x^2 - x + 1$ で割った余りを、実数 a_n, b_n を用いて $a_n x + b_n$ と表す。以下の問に答えよ。

- (1) a_1, b_1 の値を求めよ。
- (2) $a_n x^2 + b_n x$ を $x^2 - x + 1$ で割った商と余りを、 a_n, b_n, x を用いてそれぞれ表せ。
- (3) a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n を用いてそれぞれ表せ。
- (4) a_{n+3} を a_n を用いて表せ。