令和8年度
前期日程

数　　学

教育学部［数学(ロ)］

医学部医学科

工学部

応用生物科学部［数学(ロ)］

問　題　冊　子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は5ページで，解答用紙は5枚である。
   落丁，乱丁，印刷不鮮明などの箇所があった場合には，ただちに試験監督者に申し出ること。
3. **受験番号は，5枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。**
4. 問題は，大問5題である。
5. **大問の配点比率は全て20％である。**
6. **解答は，解答用紙の指定箇所に記入すること。ただし，やむをえない場合は裏面にまわってよいが，表面に「裏に続く」と明記すること。**
7. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
8. 解答用紙は持ち帰らないこと。
9. 問題冊子は持ち帰ること。

$\boxed{1}$ 袋に1から5までの整数が1つずつ書かれた5つの玉①，②，③，④，⑤が入っている。このとき以下の手順で得点を決める。

(i) この袋から玉を1つ取り出す。その玉に書かれた数を a_1 とする。

(ii) 取り出した玉を戻さずに，袋から玉を再び取り出す。このとき玉に書かれた数を a_2 とする。

(iii) 袋の中の玉がなくなるまで同様に取り出し，出た玉に書かれた数を順に a_3, a_4, a_5 とする。

(iv) k を1から4の整数とする。すべての k について $a_k < a_{k+1}$ ならば，得点を5とする。そうでない場合，$a_k > a_{k+1}$ となる最小の k を得点とする。

例えば，$a_1 = 1$，$a_2 = 3$，$a_3 = 2$，$a_4 = 4$，$a_5 = 5$ のとき，$a_1 < a_2$，$a_2 > a_3$ なので得点は2である。また，$a_1 = 2$，$a_2 = 3$，$a_3 = 4$，$a_4 = 5$，$a_5 = 1$ のとき，得点は4である。以下の問に答えよ。

(1) 得点が5となる確率を求めよ。

(2) 得点が4以上となる確率を求めよ。

(3) 得点が3以上となる確率を求めよ。

(4) 得点が3となる確率を求めよ。

(5) 得点の期待値を求めよ。

$\boxed{2}$ $0 < s < 1$ とする。O を原点とする座標空間内に点 A$(0,\ -1,\ 1)$，B$(1,\ 1,\ 0)$をとる。また，線分 AB を $s : (1-s)$に内分する点を P，線分 OP を $1 : 2$ に内分する点を Q とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とし，以下の問に答えよ。

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

(2) $\triangle$OAB の面積を求めよ。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を，$\vec{a}$，$\vec{b}$，s を用いて表せ。

(4) r を実数とする。点 R$(r,\ r,\ r)$を $\overrightarrow{\mathrm{OQ}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{RQ}} = 0$ となるように定める。r を s を用いて表せ。

(5) 点 R を (4) のように定める。s が動くとき，r の最小値を求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 1,\ a_2 = 3,\ a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 2 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

また，和

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$$

を n で割った余りを r_n とする。以下の問に答えよ。

(1) $c_n = a_{n+1} - a_n$ とおく。数列 $\{c_n\}$ の一般項 c_n を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

(3) S_n を求めよ。

(4) r_n を求めよ。

(5) $r_n = 2026$ となる n を求めよ。

$\boxed{4}$ nを自然数とする。また，kを$0 \leqq k \leqq n$を満たす整数とする。$I(n,\ k)$を

$$I(n,\ k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-k} x \cos^k x\, dx$$

とする。以下の問に答えよ。

(1) $I(2,\ 0)$と$I(2,\ 1)$の値を求めよ。

(2) $I(3,\ 0)$と$I(3,\ 1)$の値を求めよ。

(3) $I(n,\ k) = I(n,\ n-k)$を示せ。

(4) αを

$$\cos\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$$

を満たす定数とする。次の定積分の値を求めよ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4(x+\alpha)\, dx$$

$\boxed{5}$ O を原点とする xy 平面上で曲線 $H: x^2 - y^2 = -1\ (y > 0)$ を考える。H 上の点 A$(a,\ b)$ における H の接線を ℓ とする。また，直線 ℓ と直線 $y = -x$ との交点を P とし，ℓ と直線 $y = x$ との交点を Q とする。以下の問に答えよ。

(1) $x^2 - y^2 = -1\ (y > 0)$ で定められる x の関数 y について，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を x と y を用いて表せ。

(2) ℓ の方程式は $ax - by = -1$ であることを示せ。

(3) P と Q の座標を a と b を用いてそれぞれ表せ。

(4) $\triangle$OPQ の面積は曲線 H 上の点 A の位置によらず一定になることを示せ。

(5) 点 A が曲線 H 上を動くとき，線分 PQ の長さの最小値を求めよ。