

令和 8 年度
前期日程

数 学

教育学部 [数学(イ)]

地域科学部

医学部看護学科

応用生物科学部 [数学(イ)]

社会システム経営学環

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで、解答用紙は 5 枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問 5 題である。
5. 大問の配点比率は全て 20 % である。
6. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよいが、表面に「裏に続く」と明記すること。
7. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
8. 解答用紙は持ち帰らないこと。
9. 問題冊子は持ち帰ること。

1 袋に1から5までの整数が1つずつ書かれた5つの玉①, ②, ③, ④, ⑤が入っている。このとき以下の手順で得点を決める。

- (i) この袋から玉を1つ取り出す。その玉に書かれた数を a_1 とする。
- (ii) 取り出した玉を戻さずに、袋から玉を再び取り出す。このとき玉に書かれた数を a_2 とする。
- (iii) 袋の中の玉がなくなるまで同様に取り出し、出た玉に書かれた数を順に a_3, a_4, a_5 とする。
- (iv) k を1から4の整数とする。すべての k について $a_k < a_{k+1}$ ならば、得点を5とする。そうでない場合、 $a_k > a_{k+1}$ となる最小の k を得点とする。

例えば、 $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 2, a_4 = 4, a_5 = 5$ のとき、 $a_1 < a_2, a_2 > a_3$ なので得点は2である。また、 $a_1 = 2, a_2 = 3, a_3 = 4, a_4 = 5, a_5 = 1$ のとき、得点は4である。以下の問に答えよ。

- (1) 得点が5となる確率を求めよ。
- (2) 得点が4以上となる確率を求めよ。
- (3) 得点が3以上となる確率を求めよ。
- (4) 得点が3となる確率を求めよ。
- (5) 得点の期待値を求めよ。

2 $0 < s < 1$ とする。O を原点とする座標空間内に点 $A(0, -1, 1)$, $B(1, 1, 0)$ をとる。また、線分 AB を $s : (1 - s)$ に内分する点を P, 線分 OP を $1 : 2$ に内分する点を Q とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とし、以下の間に答えよ。

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

(2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

(3) \overrightarrow{OQ} を, \vec{a} , \vec{b} , s を用いて表せ。

(4) r を実数とする。点 $R(r, r, r)$ を $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{RQ} = 0$ となるように定める。 r を s を用いて表せ。

(5) 点 R を (4) のように定める。 s が動くとき, r の最小値を求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

また、和

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$$

を n で割った余りを r_n とする。以下の間に答えよ。

- (1) $c_n = a_{n+1} - a_n$ とおく。数列 $\{c_n\}$ の一般項 c_n を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。
- (3) S_n を求めよ。
- (4) r_n を求めよ。
- (5) $r_n = 2026$ となる n を求めよ。

4 $\alpha > 0$ とする。放物線 $C: y = x^2$ 上の点 $P(\alpha, \alpha^2)$ における C の接線を ℓ とする。 ℓ と直交する C の接線を m とし、 m の接点を Q とする。さらに ℓ と m の交点を R とする。以下の間に答えよ。

- (1) 接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (2) 接線 m の方程式を求めよ。
- (3) Q と R の x 座標を α を用いてそれぞれ表せ。
- (4) a, b を実数とする。次の2つの等式が成り立つことを示せ。

$$\int_a^b (x - a)^2 dx = \frac{1}{3} (b - a)^3, \quad \int_a^b (x - b)^2 dx = \frac{1}{3} (b - a)^3$$

- (5) 放物線 C と2直線 ℓ, m で囲まれた部分の面積 $S(\alpha)$ を求めよ。
- (6) $S(\alpha)$ を(5)で求めた面積とする。 $S(\alpha) = \frac{1}{20}$ となる $\alpha > 0$ は存在しないことを示せ。

5

以下の問に答えよ。ただし、 $0.301 < \log_{10} 2 < 0.302$ と $0.477 < \log_{10} 3 < 0.478$ を用いてよい。

- (1) 方程式 $2^x(2^x + 1) = 12$ の実数解 x を求めよ。
- (2) 方程式 $6^x - 3^x = 189$ を満たす自然数 x を求めよ。
- (3) $k \leq \log_{10}(6^{12}) < k + 1$ を満たす自然数 k を求めよ。
- (4) $m \times 10^n \leq 6^{12} < (m + 1) \times 10^n$ を満たす自然数 m, n を求めよ。ただし、 m は $1 \leq m \leq 9$ を満たすものとする。
- (5) $6^{12} - 4^{13}$ の桁数を求めよ。