

令和 7 年 度
前 期 日 程

数 学

教育学部 [数学(口)]

医学部医学科

工学部

応用生物科学部 [数学(口)]

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで、解答用紙は 5 枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問 5 題である。
5. 大問の配点比率は全て 20 % である。
6. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよいが、表面に「裏に続く」と明記すること。
7. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
8. 解答用紙は持ち帰らないこと。
9. 問題冊子は持ち帰ること。

1 $0 < \alpha < 1$ とする。面積が 2 である $\triangle OAB$ において、辺 AB を $\alpha : (1 - \alpha)$ に内分する点を P 、辺 OB を $1 : 2$ に内分する点を Q とする。また、線分 OP と AQ の交点を D とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\angle AOB = \theta$ として、以下の問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ および α を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ および α を用いて表せ。

(3) $|\vec{b}| = 2$ 、 $\angle AOP = \frac{1}{2}\theta$ 、 $\cos \theta = \frac{4}{5}$ とする。このとき α の値を求めよ。

(4) (3) の条件のもとで、 $\triangle OAD$ の面積を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot \sqrt{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とし、数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \log_2 a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。以下の問に答えよ。

- (1) a_2, b_1, b_2 を求めよ。
- (2) b_{n+1} を b_n と n を用いて表せ。
- (3) $c_n = b_{n+1} - b_n$ とする。 c_n を n を用いて表せ。
- (4) 数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を求めよ。
- (5) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの積を $P_n = a_1 a_2 \cdots a_n$ とおく。 $\log_2 P_n$ を求めよ。

- 3 1から5までの番号が1つずつ書かれた5枚のカード①, ②, ③, ④, ⑤がある。この5枚のカードを、下から順番に⑤, ④, ③, ②, ①と重ねていき、1番上に①がくるようにカードの山をつくる。このカードの山に以下の試行Tを続けて行うことを考える。以下の各問ではこのカードの山から試行を始める。

[試行T] カードの山の1番上にあるカードを取り、残り4枚のいずれかのカードの下に入れる。ただし、どのカードの下に入れる確率も同じとする。

例えば、試行Tを3回続けて行うとする。このとき、2回目の試行は、1回目の試行の結果、カードの山の1番上になったカードに対して行う。3回目の試行も、2回目の試行の結果、カードの山の1番上になったカードに対して行う。以下の問に答えよ。

- (1) 試行Tを2回続けて行うとき、2回の試行の結果、③がカードの山の1番上になる確率を求めよ。
- (2) 試行Tを5回続けて行うとき、1回目は1番上のカードが⑤より上に入り、1回目以外の回は⑤より下に入る確率を求めよ。
- (3) 試行Tを5回続けて行うとき、2回目は1番上のカードが⑤より上に入り、2回目以外の回は⑤より下に入る確率を求めよ。
- (4) 試行Tを5回続けて行うとき、5回の試行の結果、⑤がカードの山の1番上になる確率を求めよ。
- (5) 試行Tを5回続けて行うとき、5回の試行の結果、④がカードの山の1番上になる確率を求めよ。

4 n を自然数とする。 $z_1 = 1$, $z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ とし、複素数 z_{n+2} を

$$z_{n+2} \overline{z_{n+1}} = z_{n+1} \overline{z_n}$$

を満たすように定める。ただし、 i は虚数単位であり、複素数 $\overline{z_n}$ は z_n の共役な複素数とする。
以下の間に答えよ。

(1) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = \cos \theta + i \sin \theta$ となる θ で $0 \leq \theta < 2\pi$ を満たすものを求めよ。

(2) $|z_n|$ を求めよ。

(3) $\frac{z_{n+1}}{z_n}$ の実部を a_n , 虚部を b_n とする。 a_n と b_n を求めよ。

(4) z_n の虚部を y_n とする。 $\sum_{n=1}^{100} y_n$ の値を求めよ。

$$f(x) = e^{3x} - 5e^{2x} + 8e^x - 4$$

を考える。ただし、 e は自然対数の底とする。以下の問に答えよ。

- (1) 整式 $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ を因数分解せよ。
- (2) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。
- (3) k は実数とする。曲線 $y = ke^x - 4$ と曲線 $y = f(x)$ の共有点が 2 個となるような k の値の範囲を求めよ。
- (4) k が (3) で求めた範囲にあるとき、曲線 $y = ke^x - 4$ と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積が 9 となるような k の値を求めよ。