令 和 7 年 度
前 期 日 程

数　　　学

教育学部［数学(イ)］
地域科学部
医学部看護学科
応用生物科学部［数学(イ)］
社会システム経営学環

問　題　冊　子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は5ページで，解答用紙は5枚である。
   落丁，乱丁，印刷不鮮明などの箇所があった場合には，ただちに試験監督者に申し出ること。
3. **受験番号は，5枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。**
4. 問題は，大問5題である。
5. **大問の配点比率は全て20％である。**
6. **解答は，解答用紙の指定箇所に記入すること。ただし，やむをえない場合は裏面にまわってよいが，表面に「裏に続く」と明記すること。**
7. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
8. 解答用紙は持ち帰らないこと。
9. 問題冊子は持ち帰ること。

1 $0<\alpha<1$ とする。面積が2である$\triangle$OABにおいて，辺ABを$\alpha:(1-\alpha)$に内分する点をP，辺OBを$1:2$に内分する点をQとする。また，線分OPとAQの交点をDとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\angle\mathrm{AOB}=\theta$として，以下の問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$および$\alpha$を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$および$\alpha$を用いて表せ。

(3) $|\vec{b}|=2$，$\angle\mathrm{AOP}=\dfrac{1}{2}\theta$，$\cos\theta=\dfrac{4}{5}$とする。このとき$\alpha$の値を求めよ。

(4) (3)の条件のもとで，$\triangle$OADの面積を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 4,\ a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot \sqrt{a_n} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

とし，数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \log_2 a_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

と定める。以下の問に答えよ。

(1) a_2，b_1，b_2 を求めよ。

(2) b_{n+1} を b_n と n を用いて表せ。

(3) $c_n = b_{n+1} - b_n$ とする。c_n を n を用いて表せ。

(4) 数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を求めよ。

(5) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの積を $P_n = a_1 a_2 \cdots a_n$ とおく。$\log_2 P_n$ を求めよ。

3 1から5までの番号が1つずつ書かれた5枚のカード$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$がある。この5枚のカードを，下から順番に$\boxed{5}$，$\boxed{4}$，$\boxed{3}$，$\boxed{2}$，$\boxed{1}$と重ねていき，1番上に$\boxed{1}$がくるようにカードの山をつくる。このカードの山に以下の試行Tを続けて行うことを考える。以下の各問ではこのカードの山から試行を始める。

[試行T]カードの山の1番上にあるカードを取り，残り4枚のいずれかのカードの下に入れる。ただし，どのカードの下に入れる確率も同じとする。

例えば，試行Tを3回続けて行うとする。このとき，2回目の試行は，1回目の試行の結果，カードの山の1番上になったカードに対して行う。3回目の試行も，2回目の試行の結果，カードの山の1番上になったカードに対して行う。以下の問に答えよ。

(1) 試行Tを2回続けて行うとき，2回の試行の結果，$\boxed{3}$がカードの山の1番上になる確率を求めよ。

(2) 試行Tを5回続けて行うとき，1回目は1番上のカードが$\boxed{5}$より上に入り，1回目以外の回は$\boxed{5}$より下に入る確率を求めよ。

(3) 試行Tを5回続けて行うとき，2回目は1番上のカードが$\boxed{5}$より上に入り，2回目以外の回は$\boxed{5}$より下に入る確率を求めよ。

(4) 試行Tを5回続けて行うとき，5回の試行の結果，$\boxed{5}$がカードの山の1番上になる確率を求めよ。

(5) 試行Tを5回続けて行うとき，5回の試行の結果，$\boxed{4}$がカードの山の1番上になる確率を求めよ。

4 関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ を考える。3次方程式 $f(x) = 0$ は異なる3つの実数解 a, b, c をもつ。ただし，$a < b < c$ である。以下の問に答えよ。

(1) a, b, c の値を求めよ。

(2) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。また，$y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。

(3) 定積分 $\displaystyle\int_a^c |f(x)|\,dx$ の値を求めよ。

(4) 次のように関数を定める。

$$g_1(x) = |x-a|(x-b)(x-c)$$
$$g_2(x) = (x-a)|x-b|(x-c)$$
$$g_3(x) = (x-a)(x-b)|x-c|$$

このとき，定積分 $\displaystyle\int_a^c \{g_1(x) + g_2(x) + g_3(x)\}\,dx$ の値を求めよ。

5 $X>0$，$Y>0$とする。xy平面上の点O(0，0)，P(X，Y)，Q($X+1$，Y)について，線分OPとx軸の正の向きとのなす角をα，線分OQとx軸の正の向きとのなす角をβ，$\angle\mathrm{POQ}=\theta$とする。ただし，$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$0<\beta<\frac{\pi}{2}$，$0<\theta<\frac{\pi}{2}$とする。以下の問に答えよ。

(1) $\tan\alpha$と$\tan\beta$を，XとYを用いてそれぞれ表せ。

(2) $\tan\theta$をXとYを用いて表せ。

(3) 点Pが$\theta=\frac{\pi}{6}$を満たしながら動くとき，Xの最大値を求めよ。

(4) 点Pが直線$x=2$上を動くとき，$\frac{1}{\tan\theta}$の最小値を求めよ。